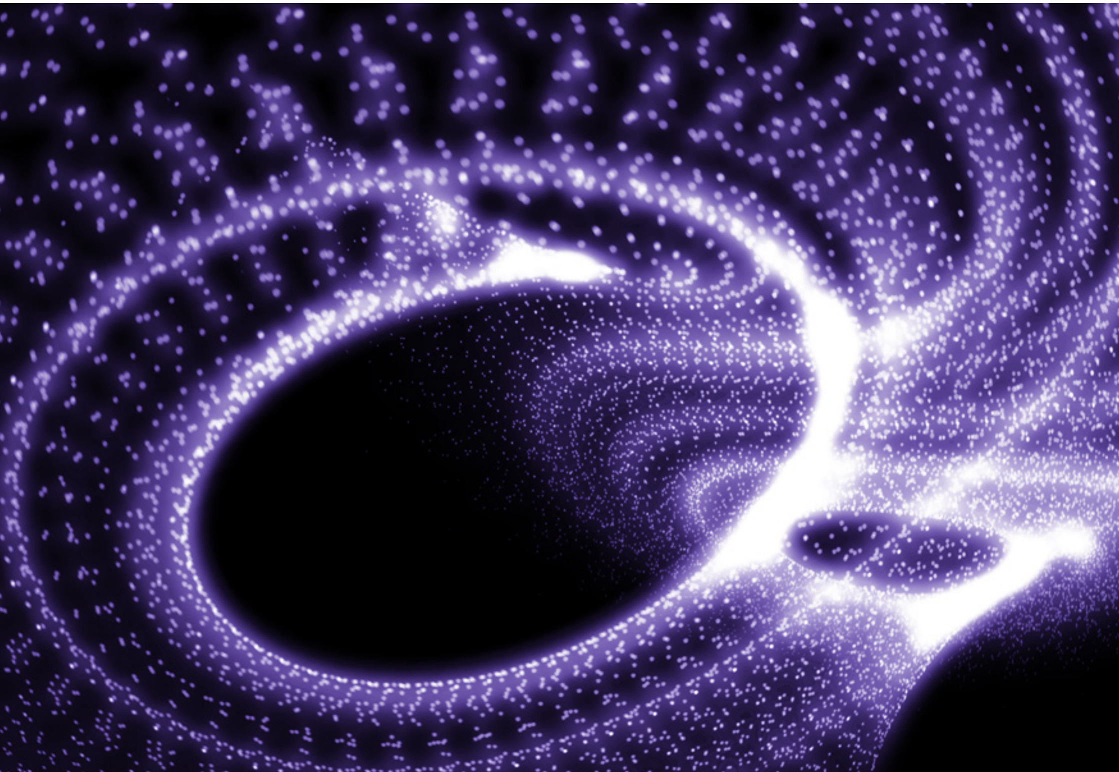
CENTRUM
NAUKI
KOPERNIK

10
LAT



Chaos i harmonia. Matematyczna symfonia

Pokaz muzyczny w planetarium

Zapraszamy do świata sztuki, tworzonego za pomocą algorytmów. Zobacz obrazy, które nie tylko zachwycają, ale także inspirują do zagłębienia się w tajniki matematyki. Chcesz je poznać? Oto krótki przewodnik. Film podzielony jest na cztery części, inspirowane różnymi działami matematyki.

Część pierwsza: Formy

Zobaczysz niezwykłe wizualizacje brył platońskich, fullerenów i obrazów z kalejdoskopów.

Kalejdoskop Każdy kto bawił się kiedyś kalejdoskopem pamięta fantastyczne, zmieniające się obrazy. Kalejdoskop to rurka, w której umieszczono 3 lub więcej zwierciadeł, tworzących graniastosłup. Jeśli w środku znajdują się jakieś przedmioty, zaglądając przez otwór zobaczymy oprócz nich także ich lustrzane odbicia, odbicia odbić, odbicia odbić odbić... itd. Ze względu na wykorzystywane w kalejdoskopie proste prawa optyki, podobne wizualizacje można też tworzyć z użyciem komputera.

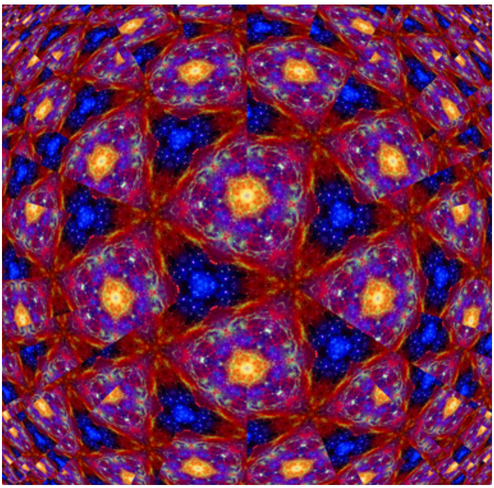
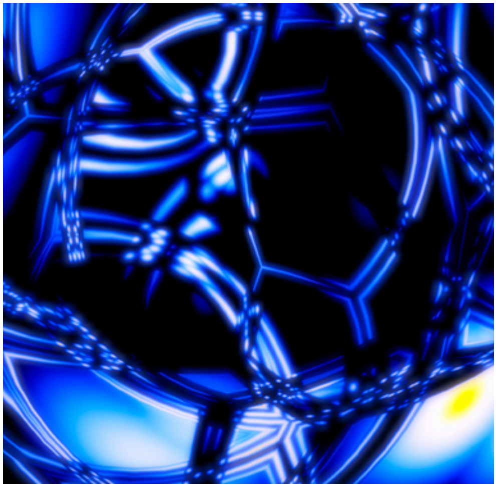
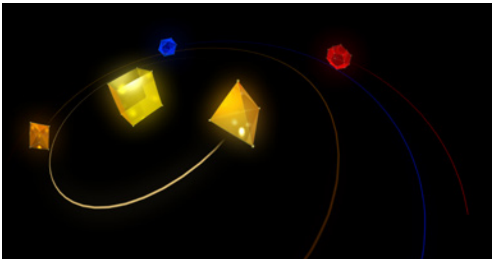


Diagram Woronoja Jak na pustyni znaleźć najbliższą studnię? Decyzję ułatwiłaby nam mapa z diagramem Woronoja. Jak ją stworzyć? Wybierzmy zbiór punktów (studni). Płaszczyznę pustyni podzielmy na komórki zawierające po jednym z tych punktów tak, żeby z wnętrza komórki było zawsze bliżej do tego punktu niż do dowolnego innego punktu z naszego zbioru. Teraz pozostaje nam tylko sprawdzić, w której komórce się znajdujemy. Diagramy Woronoja można też tworzyć dla punktów w przestrzeni – poszczególne komórki są wówczas wielościanami wypukłymi.



Bryły platońskie Wielościany foremne składają się z identycznych wielokątów foremnych, ustawionych tak, że w każdym wierzchołku spotyka się taka sama liczba ścian. Jest ich zaledwie pięć, co po raz pierwszy dostrzegł Platon. Uważał on, że z takich wielościanów zbudowany jest każdy z czterech żywiołów: czworościan, ośmiościan i dwudziestościan zbudowane z trójkątów, tworzyłyby ogień, powietrze i wodę. Sześciany byłyby atomami ziemi, a dwunastościan o ścianach z pięciokątów foremnych symbolizowałby cały Wszechświat, lub piąty pierwiastek – niebiański eter. Podobne bryły można też zbudować z kilku różnych wielokątów. Otrzymamy wtedy obiekty przypominające piłkę futbolową, niektóre fulereny lub pokazane w filmie sfery geodezyjne.



Część druga: Symulacje

Obrazy nieba inspirowały artystów od zawsze. Dzięki symulacjom komputerowym zobaczysz zderzenia galaktyk, podobne do tego, które czeka w przyszłości Drogę Mleczną.

Gromady galaktyk Galaktyki nie są równomiernie rozłożone we Wszechświecie, lecz tworzą gromady. Z powodu wielkich odległości międzygalaktycznych, ruchy tych skupisk gwiazd nie są zauważalne w skali ludzkiego życia. Można je obejrzeć tylko dzięki symulacjom komputerowym.

Dynamika płynów Niezwykle efektowny „taniec" cieczy powstaje w wyniku wzajemnych przemian różnych rodzajów energii. Obliczenia dotyczące zachowania płynów muszą uwzględniać nie tylko siły bezwładności i grawitacji, ale też lepkość i napięcie powierzchniowe. To ostatnie zjawisko przeciwdziała rozszerzaniu się powierzchni zajmowanej przez płyn i powoduje, że krople cieczy przy braku innych sił dążą do przyjęcia kształtu kulistego.

Zderzenia galaktyk Oto zderzenie dwóch galaktyk w gwiazdozbiorze Kruka. Grawitacja każdej z nich wpływa na tor ruchu wszystkich pozostałych gwiazd i niektóre z nich mogą być wyrzucane poza galaktyki. Czy można, przewidzieć która z gwiazd zostanie wyrzucona? Dwa oddziałujące grawitacyjnie ciała poruszają się w przestrzeni kosmicznej po całkowicie przewidywalnych torach, opisanych przez Keplera. Jednak francuski matematyk Henri Poincaré (1854–1912) wykazał, że jeśli ciał jest więcej niż dwa, nie da się dokładnie przewidzieć ich przyszłości. Nawet przy minimalnym błędzie w pomiarze początkowego położenia lub prędkości, zachowanie układu może okazać się całkowicie różne od przewidywań.

Część trzecia: Algorytmy

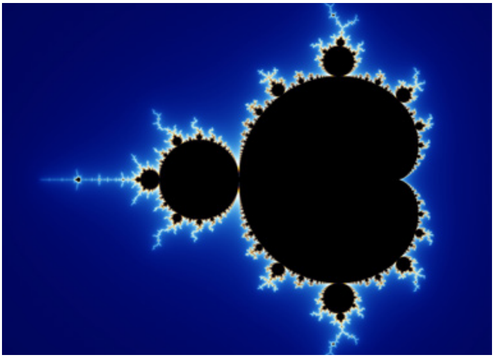
Algorytmy umożliwiające rozwiązanie skomplikowanych równań, pozwalają też na tworzenie oryginalnych obrazów. Zobacz je na własne oczy.

Układ reakcji-dyfuzji (model Turinga)
W tym układzie zmiana koncentracji pewnej substancji zależy od tego, ile się jej rozprzestrzeni w rozważanej objętości wskutek dyfuzji, a ile przekształci się w inną substancję w wyniku reakcji chemicznej. Mimo ustalonych warunków początkowych, w każdym kolejnym doświadczeniu możemy uzyskać różne, choć podobne kształty. Opisywane tym modelem procesy przebiegające w trakcie rozwoju zarodkowego odpowiadają m.in. za powstanie łatek na sierści dalmatyńczyka i tygrysich pręgów.

Część czwarta: Fraktale

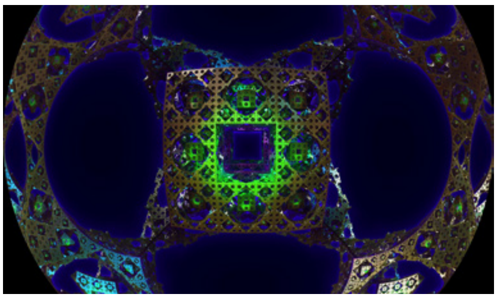
Od dawna urzekają nas swoją urodą. Kształty przypominające fraktale odnajdujemy nie tylko w sztuce, ale także w przyrodzie – oglądając liście paproci, mapy morskich wybrzeży, a nawet błyskawice.

Zbiór Mandelbrota Pojęcie fraktali wprowadził urodzony w Warszawie, lecz działający we Francji i USA matematyk Benoit Mandelbrot (1924–2010). Nurkując w głąb stworzonego dzięki jego pracom obrazu, przedstawiającego zbiór zwany żukiem Mandelbrota, napotykamy jego mniejsze, dziwnie przekształcone wersje. Taka podróż może trwać w nieskończoność.



Wstęga Newtona Niektórych równań nie da się lub nie chcemy rozwiązać analitycznie, z podaniem dokładnego końcowego wzoru. Można wówczas wykorzystać metodę Newtona, która startując z dowolnego punktu prowadzi nas do następnego, bliższego rozwiązaniu. Spójrzmy na przykład użycia tej metody do rozwiązania równania $z^3 - 1 = 0$. Równanie to dla liczb zespolonych ma trzy różne rozwiązania. Startując z większości punktów płaszczyzny zespolonej powinniśmy dotrzeć do któregoś z nich. Wstęgę Newtona tworzą pozostałe punkty płaszczyzny. Przypomina ona kształtem łańcuch pętli. Powiększenie fragmentu obrazu ujawnia, że sam łańcuch również składa się z takich pętlopodobnych wzorów. Występujące desenie mogą przywodzić na myśl żebra gotyckich sklepień.

Gąbka Mengera Opisany przez austriackiego matematyka Karla Mengera (1902–1985) obiekt pokazuje problemem zdefiniowania wymiaru nietypowych przestrzeni matematycznych. Zwykle stosuje się do tego tzw. wymiar Hausdorffa. Gąbkę Mengera, której wymiar wynosi ułamkowe 2,73 konstruuje się przez nieskończenie wiele powtórzeń podobnego kroku: krawędzie sześcianu dzielimy na 3 równe części, co daje podział na $3^3 = 27$ mniejszych sześcianów. Usuwamy środkowy mniejszy sześcian z każdej z sześciu ścian oraz jedną ze środka dużego sześcianu. Powstaje bryła złożona z $N(3) = 8 \times 2 + 4 = 20$ mniejszych sześcianów. Jej pole powierzchni jest większe od pola dużego sześcianu, a objętość mniejsza. Wielokrotne powtórzenie opisanej procedury dla coraz mniejszych sześcianów stworzy w kawałku przestrzeni zajmowanej przez pierwotny sześcian fraktalną bryłę o bardzo dużej powierzchni i małej objętości.



Opracowanie: Prof. Dr. Ulrich Sowada
Ilustracje: Rocco Helmchen & Prof. Dr. Ulrich Sowada
Layout: Frieder Klotz
Wersja polska: Centrum Nauki Kopernik

Organizatorzy:

zakochaj się w Warszawie
MINISTERSTWO EDUKACJI NARODOWEJ
Ministerstwo Nauki i Szkolnictwa Wyższego