

# Parkietaż

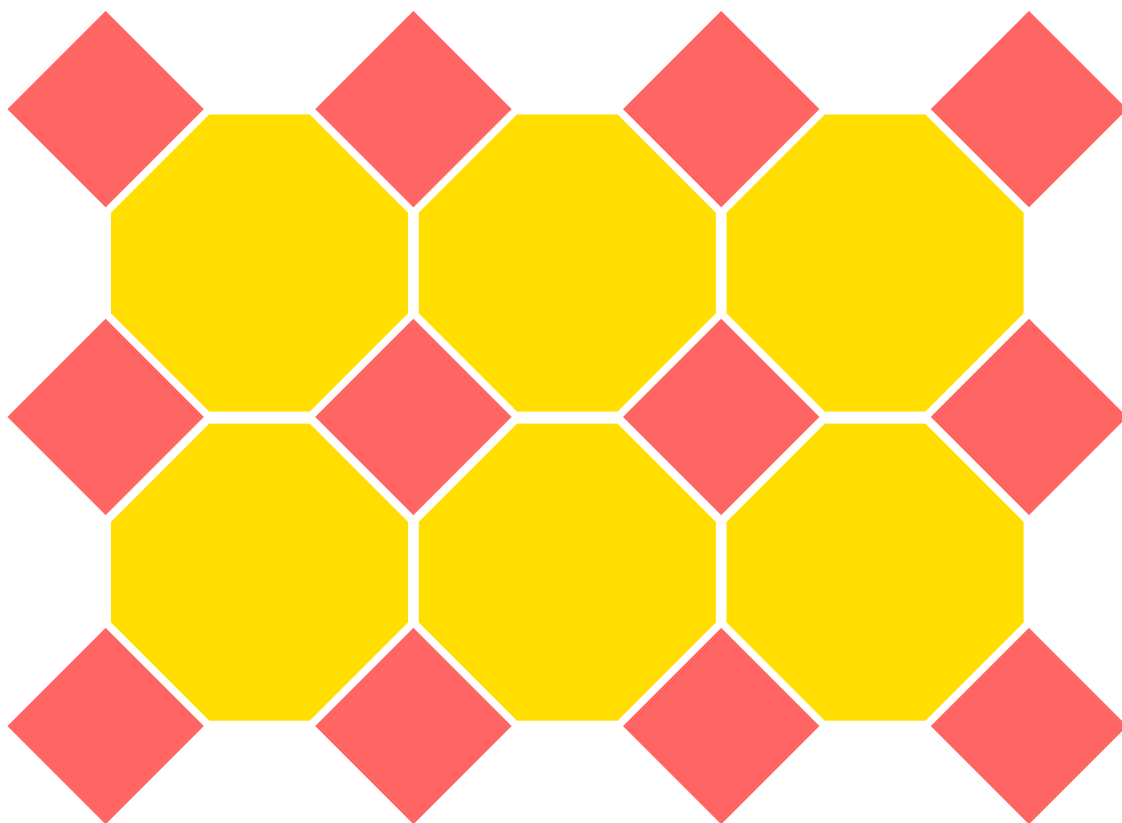
**Scenariusz zajęć  
dla klas 5–8 szkół  
podstawowych**



# Parkietaże

---

## Scenariusz zajęć dla klas 5–8 szkół podstawowych



Scenariusz został opracowany w procesie B+R Pracowni Przewrotu Kopernikańskiego. Jego powstaniu towarzyszyły konsultacje z pracownikami Centrum Nauki Kopernik i nauczycielami z Letniej Szkoły Prototypowania, a także testy z udziałem dzieci z Młodzieżowego Panelu Eksperckiego Centrum Nauki Kopernik. Scenariusz przetestowano w 10 szkołach, podczas 16 lekcji, w efekcie zebrano opinie od 297 uczniów. Szczegółowe informacje o procesie B+R znajdują się w raporcie „Raport i rekomendacje z badań dotyczących stopnia postrzeganej przydatności wiedzy naukowej w zależności od wariantu zajęć”.

# Wstęp

**Scenariusz zajęć dotyczy eksponatu „Parkietaże”,** który jest elementem wystawy „O matmo!” pokazywanej w ramach programu Nauka dla Ciebie. Więcej informacji o wystawach objazdowych znajduje się pod adresem [Nauka dla Ciebie | Centrum Nauki Kopernik](#). Zajęcia można jednak z powodzeniem przeprowadzić bez znajomości wystawy.



Zdjęcie: Eksponat „Parkietaże”, źródło: materiały NDC.



matematyka, plastyka, koła zainteresowań lub zajęcia w świetlicy



maksymalnie 30 uczestników

Zajęcia rekomendujemy dla klas 5–8 szkoły podstawowej, czyli uczniów w wieku około od 12 do 15 lat.

## Główny cel zajęć

Uczniowie i uczennice poszerzą wiedzę na temat geometrii i parkietaży zdobytą podczas wizyty na wystawie „O matmo!” lub zdobędą ją, jeśli nie odwiedzali wystawy. Dowiedzą się, czym są parkietaże, według jakich zasad można je tworzyć oraz jakie są ich rodzaje. Poznają także takie pojęcia takie jak nieskończoność i aperiodyczność. Jednocześnie będą rozwijać intuicję matematyczną oraz współpracować, kreatywnie rozwiązywać problemy i doskonalić zdolności komunikacyjne.

## Przewodnik po scenariuszu



czas trwania (przybliżony czas wykonania zadania)

Tryb pracy:



praca indywidualna



praca w parach



praca grupowa (3–5 osób)



praca całej klasy



zadanie w domu



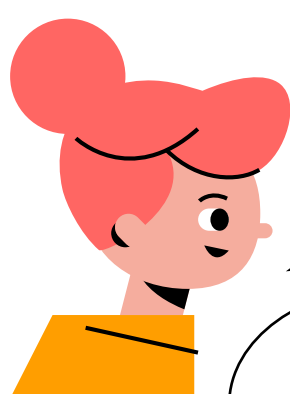
trudniejsze zadanie! (bardziej skomplikowane aktywności)

## Korzyści

Nazwa aktywności	Uczniowie i uczennice	Czas trwania	Tryb pracy
<a href="#">Przygotowywanie figur foremnych</a>	<ul style="list-style-type: none"><li>Zdobędą/utrwalą wiedzę dotyczącą figur foremnych.</li></ul>	30	
<a href="#">Układanie parkietaży foremnych</a>	<ul style="list-style-type: none"><li>Dowiedzą się, jak rozpoznawać parkietaże, i opanują zasady ich tworzenia.</li><li>Samodzielnie ułożą parkietaż z przygotowanych wielokątów.</li><li>Odkryją możliwe kombinacje kształtów tworzących parkietaże.</li><li>Będą pracować w grupie.</li></ul>	10	
<a href="#">Układanie parkietaży nieforemnych</a>	<ul style="list-style-type: none"><li>Dowiedzą się, jak rozpoznawać parkietaże, i opanują zasady ich tworzenia.</li><li>Samodzielnie ułożą parkietaż z przygotowanych wielokątów.</li><li>Odkryją możliwe kombinacje kształtów tworzących parkietaże.</li><li>Rozwiną umiejętność rozwiązywania problemów.</li><li>Będą pracować w grupie.</li></ul>	15	

<a href="#">Rysowanie parkietaży</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Samodzielnie ułożą parkietaż z przygotowanych wielokątów.</li> <li>• Odkryją możliwe kombinacje kształtów tworzących parkietaże.</li> </ul>	 10	
<a href="#">Gra w zgadywanie parkietaży</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Samodzielnie ułożą parkietaż z przygotowanych wielokątów.</li> <li>• Będą pracować w grupie.</li> <li>• Przećwiczą precyzję i skuteczność komunikacji.</li> </ul>	 15	 
<a href="#">Potęgowe opisywanie parkietaży foremnych</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Opiszą parkietaże foremne za pomocą notacji potęgowej.</li> </ul>	 10	
<a href="#">Odkrywanie parkietaży aperiodycznych</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dowiedzą się, czym jest parkietaż Penrose'a i co go wyróżnia.</li> <li>• Sprawdzą i dowiedzą się, na czym polega periodyczność i aperiodyczność parkietaży.</li> </ul>	 15	
<a href="#">Zadanie domowe – parkietaże w życiu codziennym</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Dowiedzą się, jak rozpoznawać parkietaże, i opanują zasady ich tworzenia.</li> </ul>		 
<a href="#">Figury niemożliwe</a>	<ul style="list-style-type: none"> <li>• Nauczą się rozpoznawać figury niemożliwe.</li> <li>• Połączą wiedzę matematyczną z działaniem artystycznym.</li> </ul>	 40	

### Zajęcia w opinii uczniów i uczennic



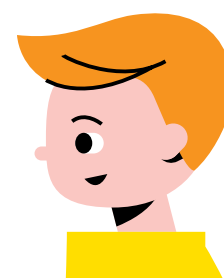
Lekcja była według mnie bardzo interesująca i rozwijająca.

Lekcja była o pracy w grupie oraz o samodzielnym myśleniu.

Lekcja była o logicznym myśleniu.

Lekcja była o figurach, które wykorzystuje się w matematyce i sztuce.

By zrobić wzór, musieliśmy pogtówkować.



# Przebieg zajęć

## Wprowadzenie

1. Osoba prowadząca rozpoczyna zajęcia od aktywizacji grupy. Jeśli uczniowie uczestniczyli w wystawie „O matmo!”, zadaje im kilka prostych pytań dotyczących tej wizyty. Na przykład:

- Jak wam się podobała wystawa „O matmo!”?
- Co z niej najbardziej zapamiętaliście?
- Czy zwróciliście uwagę na eksponat „Parkietaże”?

UWAGA: Zajęcia można przeprowadzić także bez wizyty na wystawie. Wtedy zaczynamy zajęcia od kroku 2.

2. Wyświetlamy zdjęcie plastra miodu oraz kostek tworzących chodnik (*Załącznik 1.*

*Przykłady parkietaży*). Zadajemy pytanie: co łączy ze sobą te dwa zdjęcia? W czym podobne są te wzory? Następnie osoba prowadząca zapisuje na tablicy wyraz „parkietaże” i pyta uczniów, z czym im się to słowo kojarzy i czy widzieli już gdzieś tego typu wzory (np. w naturze lub w sztuce). Następnie prosi ich, by sami spróbowali zdefiniować trzy cechy parkietażu.

Przykładowa definicja: Parkietaż to wzór nieskończony o elementach przylegających do siebie, ale nienakładających się na siebie.

UWAGA: Osoba prowadząca zaznacza na początku zajęć, że uczniowie będą pracować tylko nad parkietażami utworzonymi z wielokątów. Jest to o tyle istotne, że można spotkać kompozycje stworzone z figur innych niż wielokąty, również nazywane parkietażami. Większość definicji wskazuje jednak na konieczność stosowania właśnie wielokątów, a nie dowolnych figur.

## Główna część zajęć

W zależności od wielkości grupy, czasu trwania zajęć i preferencji osoby prowadzącej zajęcia mogą składać się z dowolnie wielu aktywności zaproponowanych w dalszej części scenariusza. Rekomendujemy jednak realizację około trzech aktywności w przypadku jednej standardowej lekcji (45 minut). Także kolejność przeprowadzenia zadań jest w większości przypadków dowolna – jedynie aktywność nr 1 (*Przygotowywanie figur foremnych*) musi poprzedzać zadania wymagające użycia figur foremnych. Osoba prowadząca dopasowuje zadania do aktualnych warunków i potrzeb grupy. Przedmioty potrzebne do wykonania poszczególnych aktywności stanowią propozycje i je również można modyfikować.

## Zakończenie

Na koniec osoba prowadząca zadaje uczniom pytania otwarte, tak by umożliwić klasie uświadomienie obserwacji i wyciągnięcie wniosków z zajęć. Przykładowe pytania:

- Co najlepiej zapamiętaliście z dzisiejszych zajęć?
- Co was najbardziej zaskoczyło?
- Jak podsumowalibyście to, co odkryliście?
- Jakie wzory w naturze przypominają parkietaże?
- Do czego, waszym zdaniem, wiedza na temat parkietaży może wam się przydać w przyszłości?

# Proponowane aktywności

## 1. Przygotowywanie figur foremnych



**Czas trwania:** 30 minut



**Tryb:** praca wspólna całej klasy



### Materiały

- nożyczki (po jednej parze dla ucznia)
- kolorowy blok techniczny A4 (dziesięć sztuk dla całej klasy)

### Instrukcja

Uczniowie przygotowują dużą liczbę figur foremnych (trójkąty, czworokąty, pięciokąty, sześciokąty i ośmiokąty) o wybranej, wspólnej długości boku. Będą im one potrzebne do dalszych zadań.

Figury można samodzielnie rysować i wycinać z kolorowego bloku technicznego, najlepiej zachowując jeden kolor dla danego wielokąta. Osoba prowadząca może też przed zajęciami wydrukować gotowe wzory figur o bokach długości 4 cm (zob. *Załącznik 2. Figury foremne*).

### Zwróć uwagę!

Większa liczba przygotowanych figur pozwoli uczniom na tworzenie większych kompozycji i lepiej pokaże powtarzające się wzory parkietaży, warto więc przygotować duży zapas.

## 2. Układanie parkietaży foremnych



**Czas trwania:** 10 minut



**Tryb:** praca wspólna w 3–5-osobowych grupach



**Materiały:** przygotowane wcześniej figury foremne (aktywność 1. *Przygotowywanie figur foremnych*)

### Instrukcja

Osoba prowadząca dzieli klasę na 3–5-osobowe grupy i upewnia się, że każda z nich dysponuje podobnym zestawem wyciętych figur (ok. 10 sztuk każdej figury na grupę). Następnie wszystkie grupy wykonują po kolei dwa zadania:

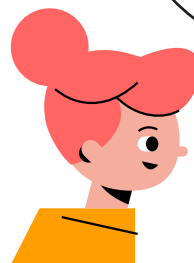
- Uczniowie układają jednokolorowe parkietaże i sprawdzają, z jakich figur da się je utworzyć, a z jakich nie.
- Uczniowie starają się ułożyć jak największą liczbę parkietaży foremnych: najpierw z dwóch rodzajów figur, a później z trzech (zob. *Załącznik 2. Figura foremne* i *Załącznik 3. Przykładowe parkietaże fo-remne z opisami w notacji potęgowej Cundyego i Rolletta*), trzymając się zasad tworzenia parkietaży sformułowanych na początku zajęć.

### Przykładowe pytania do uczniów

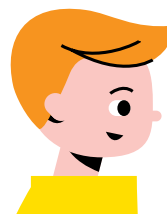
- Z których figur da się stworzyć parkietaże?  
Z których par lub trójek?
- Czy istnieje zestaw figur, z których da się ułożyć więcej niż jeden parkietaż? Co to za figury? Czym różnią się te parkietaże?

### Zwróć uwagę!

Warto obejrzeć jak najwięcej kombinacji figur ułożonych przez uczniów i weryfikować, które z nich są parkietażami, a które nie (parkietaż musi spełnić następujące warunki: wzór się powtarza, elementy nie nakładają się na siebie i nie ma między nimi odstępów). Wczesne zwrócenie na to uwagi jest kluczowe dla tych zajęć i pozwoli uniknąć niezrozumienia przy dalszych aktywnościach.



Zaskoczyły mnie różne figury foremne, ponieważ myślałam, że będą do siebie pasowały, a nie zawsze tak było.



Nie wszystkie kształty można ułożyć tak, by się dotykały.



### 3. Układanie parkietaży nieforemnych



**Czas trwania:** 15 minut



**Tryb:** praca wspólna w 3–5-osobowych grupach

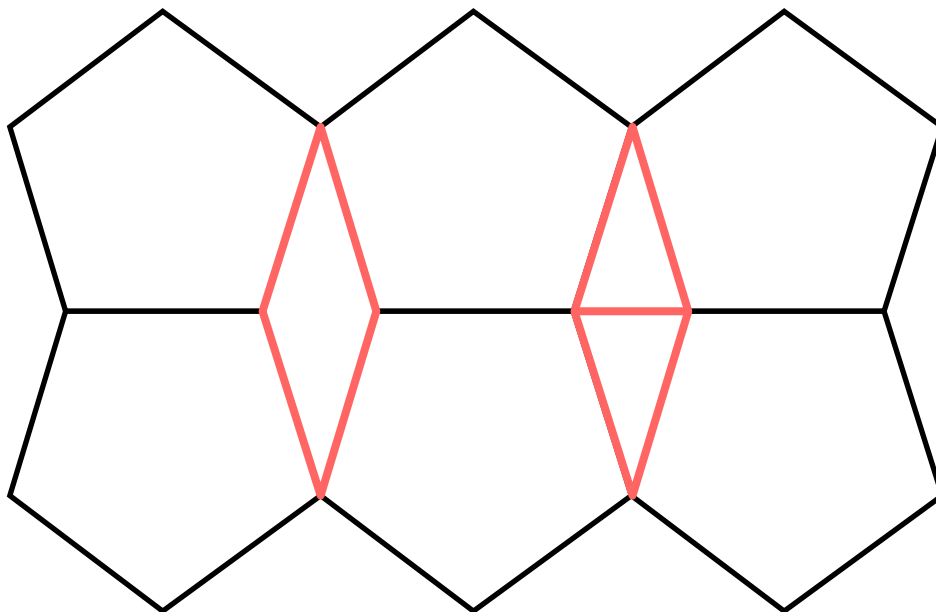


#### **Materiały**

- przygotowane wcześniej figury foremne (aktywność 1. *Przygotowywanie figur foremnych*)
- kartka A4 (po jednej dla ucznia)
- ołówek (po jednym dla ucznia)
- linijka (po jednej dla ucznia)
- nożyczki (po jednej parze dla ucznia)

#### **Instrukcja**

1. Mając do dyspozycji białe kartki, ołówki, linijki i nożyczki, uczniowie wycinają figury, których brakuje im do stworzenia parkietaży nieforemnych (czyli takich, które zawierają jakieś figury nieforemne). Przykładowo: aby stworzyć parkietaż nieforemny z użyciem pięciokątów foremnych, będą potrzebowali rombów lub dwóch złączonych trójkątów równoramiennych.



2. Uczniowie mogą też tworzyć parkietaże składające się w całości z wyciętych przez nich figur nieforemnych, np. z rombów.

### **Przykładowe pytanie do uczniów**

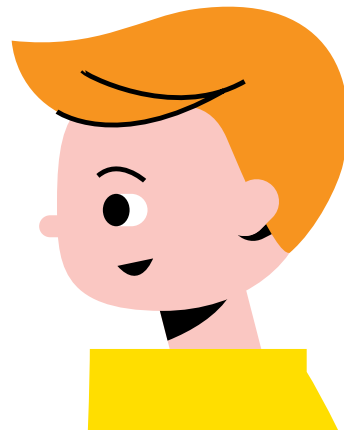
Z jakich rombów da się utworzyć parkietaż?

Próbując odpowiedzieć na to pytanie, uczniowie będą mieli okazję przekonać się, że wystarczy do tego jeden, ale dowolnie wybrany romb – tj. o dowolnej długości boków i dowolnej wielkości kątów.

### **Wskazówka**

Jeśli uczniowie mają problem z wycięciem figur w pożądanym kształcie, można podpowiedzieć im, żeby przed wycięciem odrysowali ich kształty za pomocą już gotowych figur foremnych.

Dziwiło mnie to, że stworzenie parkietaży w niektórych sytuacjach było cięższe, niż się wydawało.



## 4. Rysowanie parkietaży



**Czas trwania:** 10 minut



**Tryb:** praca indywidualna



**Materiały**

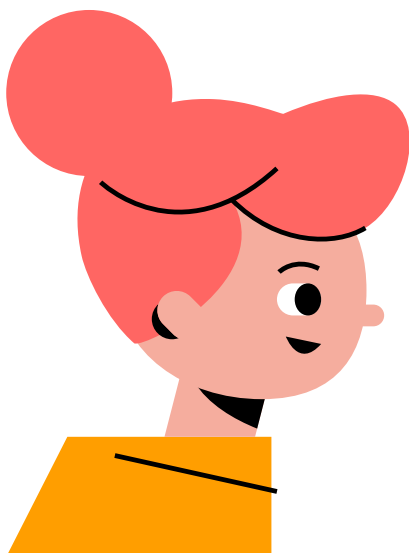
- kartka A4 (po dwie dla ucznia)
- ołówek (po jednym dla ucznia)
- linijka (po jednej dla ucznia)

### Instrukcja

Zamiast tworzyć parkietaże z wyciętych figur, uczniowie mogą je rysować na kartkach. Łatwiej wtedy zadbać o spełnienie zasady dotyczącej ścisłego przylegania do siebie boków poszczególnych figur.

### Wskazówka

Poproś uczniów, aby jeden wymyślony przez siebie parkietaż narysowali na całej stronie kartki (zamiast kilku różnych kompozycji na jednej stronie).



Najbardziej podobało mi się przerysowywanie parkietaży i sprawdzanie, czy wzory się powtórzą.

## 5. Gra w zgadywanie parkietaży



**Czas trwania:** 15 minut



**Tryb:** praca wspólna całej klasy lub praca w parach



**Materiały:** przygotowane wcześniej figury foremne (aktywność 1. *Przygotowywanie figur foremnych*)

### Instrukcja

Aktywność ta ma pobudzić kreatywność uczniów, ponadto umożliwia trening umiejętności komunikacyjnych i sprzyja zacieśnieniu więzi w klasie.

Osoba prowadząca zaprasza dwójkę ochotników do udziału w demonstracyjnej rozgrywce. Prosi ich, aby usiedli w ławkach plecami do siebie, mając przed sobą taki sam zestaw figur. Zadaniem jednej osoby jest ułożenie wymyślonego przez nią parkietażu i zwięzłe opisanie go drugiej osobie – tak, by i ona mogła go ułożyć.

Osoba prowadząca, w zależności od poziomu zaangażowania, jaki chce uzyskać, decyduje, jak będzie pracować klasa po zakończeniu rundy demonstracyjnej.

1. W pierwszym wariantcie pracuje jednocześnie kilka par, podczas gdy reszta klasy obserwuje rozgrywających i sprawdza, czy ułożony wzór faktycznie jest parkietażem.
2. W wariantcie drugim wszyscy uczniowie z klasy pracują jednocześnie w parach.

### Opcjonalnie

Jeżeli dysponujemy dużą liczbą figur, obie osoby z każdej pary mogą układać jednocześnie swoje parkietaże, następnie je sobie nawzajem opisać, a na koniec sprawdzić, czy udało im się właściwie odtworzyć wzór partnera. Dzięki temu osoba, która inaczej zmuszona byłaby czekać, aż partner ułoży parkietaż, nie będzie się nudziła.

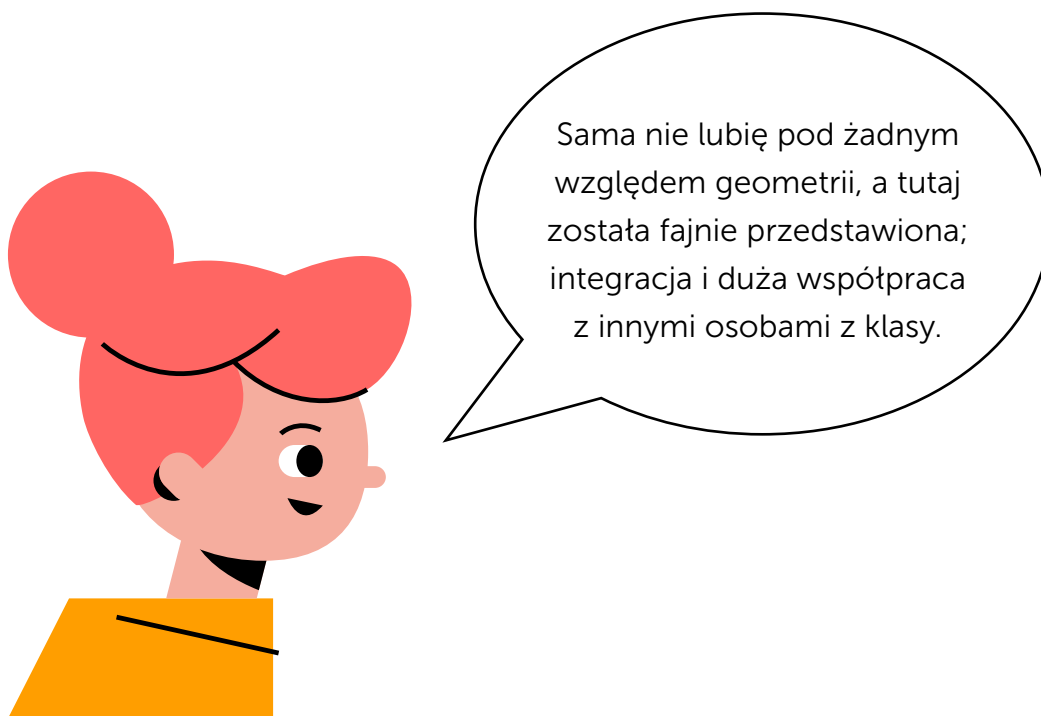
### Przykładowe pytania do uczniów

- Czy gra wam się spodobała?
- Jak oceniacie poziom trudności tego zadania?

- Co wam pomagało, a co przeszkadzało?
- Jaki jest, waszym zdaniem, najłatwiejszy sposób na opisanie drugiej osobie parkietażu?

### **Zwróć uwagę!**

Żeby uczniowie rozgrzali się i lepiej zrozumieli ideę gry, można poprosić ich, żeby w pierwszych rundach układali jeden z parkietaży, które stworzyli wcześniej, a nie proponowali zupełnie nowy wzór. Dopiero później mogą wymyślać nowe kompozycje, ale warto chodzić po klasie i sprawdzać, czy są to faktycznie parkietaże, bo często uczestnicy tworzyli celowo skomplikowane kompozycje, które niestety nie spełniały kryteriów parkietażu.



## 6. Potęgowe opisywanie parkietaży foremnych



**Czas trwania:** 10 minut



**Tryb:** praca w 3–5-osobowych grupach



Zadanie trudniejsze!



### **Materiały**

- przygotowane wcześniej figury foremne (aktywność 1. *Przygotowywanie figur foremnych*)
- markery lub kreda i tablica (dostępne w sali lekcyjnej)

### **Instrukcja**

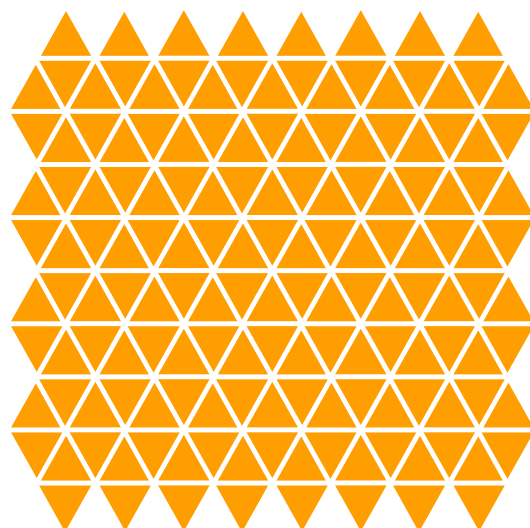
Aktywność tę można przeprowadzić na wiele sposobów. Najlepszym wariantem jest ten, w którym uczniowie sami „tworzą” własny system zapisu pozwalający na opisywanie różnych parkietaży. Aby osiągnąć ten cel, osoba prowadząca pyta uczniów, jakie figury stykają się w danym punkcie. Uczniowie próbują zapisać odpowiedzi na tablicy. Kiedy już klasa opanuje zasady notacji, można odwrócić działanie i poprosić uczniów, by wybrane parkietaże (np. narysowane na tablicy) opisali zgodnie z konwencją lub ułożyli parkietaże na podstawie zanotowanych na tablicy opisów osoby prowadzącej.

### **Instrukcja dla nauczyciela**

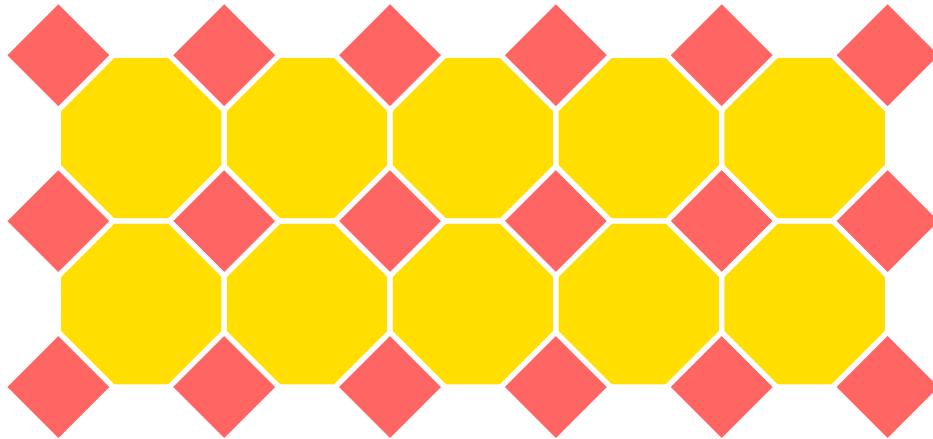
W przypadku parkietaży foremnych możemy zastosować prosty, potęgowy opis danego wzoru. W tym celu wybieramy punkt, w którym styka się kątami kilka figur, i za pomocą cyfr kolejno je opisujemy.

### **Przykładowe opisy potęgowe parkietaży foremnych**

- W parkietażu z trójkątów foremnych w każdym punkcie spotyka się sześć trójkątów, co można zapisać jako  $(3,3,3,3,3,3)$  lub  $(3^6)$ .



- W parkietażu z kwadratów i ośmiokątów foremnych w każdym punkcie spotykają się dwa ośmiokąty i kwadrat, co można zapisać jako  $(8,8,4)$  lub  $(8^2,4)$



Więcej przykładów opisu potęgowego można znaleźć na końcu scenariusza (zob. Załącznik 3. Przykładowe parkietaże foremne z opisami w notacji potęgowej Cundyego i Rolletta; notacja oznaczona jest skrótem „C&R”).

Notacji potęgowej można używać również w przypadku różnych typów wierzchołków (zob. sekcję *Materiały dodatkowe*).

### Opcjonalnie

Jeżeli uczniowie znają już potęgowy opis parkietaży, mogą go wykorzystać w aktywności *Gra w zgadywanie parkietaży*, nawet jeśli mieliby grać w nią ponownie.

### Wskazówka

Warto przeplatać polecenia i zarówno prosić uczniów o opisanie ułożonych już parkietaży poznany zapisem potęgowym, jak i zachęcać do tworzenia kompozycji na podstawie podanego im zapisu.



Najbardziej zaskoczyło mnie to, że parkietaż można zamienić na ułamek\*.

\* Nie chodzi o ułamek, a o potęgę. Zakładamy jednak, że sama forma zapisu została dobrze zrozumiana.

## 7. Odkrywanie parkietaży aperiodycznych



**Czas trwania:** 15 minut



**Tryb:** praca wspólna w parach



**Zadanie trudniejsze!**



**Materiały**

- przezroczysta folia, może być koszulka A4 na dokumenty (po jednej dla ucznia)
- flamaster (po jednym dla ucznia)
- wydruki parkietażu Penrose'a (zob. *Załącznik 4. Parkietaż Penrose'a*, po jednym dla połowy uczniów w klasie)
- wydruki parkietażu składającego się z kwadratów (zob. *Załącznik 2. Figury foremne*, po jednym dla drugiej połowy uczniów w klasie)

### Instrukcja

Osoba prowadząca przypomina klasie parkietaż Penrose'a pokazywany na wystawie „O matmo!” i pyta, co wyjątkowego według uczniów jest w tym parkietażu. Po wysłuchaniu ich głosów prezentuje krótkie wprowadzenie. Jeśli uczniowie nie byli na wystawie, osoba prowadząca nie wspomina o wystawie, ale kładzie większy nacisk na poniższe wprowadzenie.

### Dodatkowe informacje dla nauczyciela

Parkietaż Penrose'a składa się z dwóch rodzajów rombów zwanych popularnie „latawcami” i „strzałkami”. Latawiec ma kąty 72 i 108 stopni, natomiast strzałka – 36 i 144 stopnie. Parkietaż układa się zgodnie z następującą regułą: stykające się kafelki nie mogą nigdy tworzyć równoległoboku. Istnieje nieprzeliczalnie wiele sposobów na ułożenie parkietażu wedle tej reguły. Wszystkie jednak będą aperiodyczne (nieokresowe). Zanim odkryjecie, na czym polega aperiodyczność parkietażu, przeprowadzicie eksperyment.

Osoba prowadząca prosi uczniów, by dobrali się w pary, i każdej z nich rozdaje: dwie przezroczyste folie (np. koszulki do dokumentów), flamaster, wydruk parkietażu Penrose'a (zob. *Załącznik 4. Parkietaż Penrose'a*) oraz wydruk parkietażu utworzonego z samych kwadratów (zob. *Załącznik 2. Figury foremne*). Następnie uczniowie przerysowują parkietaże z kartek (podkładając je pod spód) na otrzymane folie. Kiedy wszyscy uczniowie wykonają już to zadanie, osoba prowadząca zadaje im pytanie, czym różnią



się od siebie oba parkietaże, i zachęca ich, by spróbowali znaleźć odpowiedź. Podczas tego ćwiczenia uczniowie przekonają się, że przesuwając folię (ale bez jej obracania) z odrysowanym parkietażem Penrose'a nad wydrukowanym parkietażem Penrose'a, nie są w stanie znaleźć miejsca, w którym oba parkietaże się pokryją, co wynika z aperiodyczności parkietażu Penrose'a. W przypadku parkietażu utworzonego z kwadratów uda im się to od razu.

Aperiodyczność oznacza, że gdy odrysowany parkietaż przesuniemy w dowolny sposób (ale bez obracania go) w stosunku do oryginalnego parkietażu, wzór z poprzedniego położenia nigdy nie nałoży się na oryginał, choć wzór z dowolnie wybranego ograniczonego obszaru mieści się nieskończenie wiele razy w (nieograniczonym) parkietażu.

### **Wskazówka**

Im większy parkietaż (składający się z wielu elementów / wydrukowany w małej skali), tym lepiej widać efekt periodyczności lub aperiodyczności. Można przeprowadzić ten eksperyment na większych arkuszach, ale w mniejszej ilości (np. uczniowie pracują w grupach zamiast w parach).

## 8. Zadanie domowe – parkietaże w życiu codziennym



**Tryb:** praca indywidualna, zadanie do wykonania w domu po zajęciach



**Materiały:** aparat fotograficzny, np. w telefonie ucznia

### Instrukcja

Osoba prowadząca prosi uczniów, by poszukali w swoim otoczeniu parkietaży, sfotografowali je i przynieśli zdjęcia na następne zajęcia. Na zajęciach wszyscy wspólnie oglądają fotografie i sprawdzają, czy każdy wzór spełnia warunki parkietażu.

### Przykładowe pytania do uczniów

- Który parkietaż zajmował najwięcej przestrzeni? Który najmniej?
- Z jakich figur składają się sfotografowane parkietaże?
- Czy z którymś ze zdjęć wiąże się jakaś ciekawa historia?

## 9. Figury niemożliwe



**Czas trwania:** 40 minut



**Tryb:** praca indywidualna



**Materiały**

- wydrukowane rysunki figur możliwych i niemożliwych (zob. *Załącznik 5. Różne figury*, w liczbie równej liczbie uczniów w klasie)
- ołówki, kredki, flamastry, cienkopisy i inne przybory plastyczne (które uczniowie mają w piórnikach)
- tablica korkowa i pinezki lub wolna ściana i taśma malarska – do stworzenia na koniec wystawy prac

Osoba prowadząca rozdaje wszystkim uczniom wydrukowane rysunki figur niemożliwych (zob. *Załącznik 5. Różne figury*).

1. Uczniowie zapoznają się z figurami, po czym każdy z nich wybiera tę, która najbardziej mu się podoba.
2. Następnie przez 15 minut rysują (ołówkiem, kredkami, flamastrami, cienkopisami itp.) wybraną przez siebie figurę. Mogą pokolorować figury lub zastosować światłocień. Osoba prowadząca może im podpowie- dzieć, żeby najpierw delikatnie naszkicowali figury ołówkiem, a dopiero potem podkreślili rysunek inną techniką.
3. Po 15 minutach osoba prowadząca prosi, by każdy uczeń wymyślił nazwę dla swojej figury i zapisał ją wyraźnie obok rysunku.
4. Po ukończeniu zadania uczniowie robią wystawę swoich prac. Mogą ją przygotować w kilku wariantach:
  - przykleić prace do ściany taśmą;
  - przypiąć je do tablicy korkowej pinezkami;
  - ułożyć je obok siebie na kilku zsuniętych z ławkach;
  - położyć je w szeregu na podłodze.
5. Osoba prowadząca zaprasza uczniów do wspólnego obejrzenia wysta- wy, a następnie mówi, co jej się podoba w ich pracach.

6. Po obejrzeniu wystawy wszyscy siadają z powrotem w ławkach. Osoba prowadząca pyta uczniów, co myślą o rysowanych przez siebie wcześniej figurach, i zapisuje na tablicy – w postaci mapy myśli – ich wypowiedzi wraz z wymyślonymi przez nich nazwami figur.
7. W podsumowaniu osoba prowadząca wprowadza pojęcie figur niemożliwych (o ile wcześniej nie padło słowo „niemożliwe” i nie było ku temu okazji) i informuje uczniów, że potowa rysunków na kartce przedstawia właśnie figury niemożliwe, wymyślone przez szwedzkiego artystę Oscara Reutersvårda i spopularyzowane przez znanego brytyjskiego matematyka Roberta Penrose’a.

## **Opcjonalnie – rozszerzenie zajęć**

### **1. Sztuka**

Osoba prowadząca prosi uczniów, by (w ramach zajęć lub zadania domowego) obejrzeli w internecie prace artystów i odszukali te, w których twórcy inspirowali się figurami niemożliwymi:

- Mauritsa Cornelisa Eschera (w szczególności praca pt. „Relativity”);
- Ryszarda Winiarskiego (obiekty i obrazy, w których autor losowo generował wysokość lub kolor poszczególnych elementów);
- Victora Vasarelyego (przedstawiciela nurtu op-art).

### **2. Perspektywa**

Osoba prowadząca prezentuje uczniom i ćwiczy z nimi rysowanie prostych brył (np. prostopadłościów) i konstrukcji geometrycznych z zastosowaniem perspektywy zbieżnej.

### **3. Liternictwo**

Osoba prowadząca prezentuje uczniom i ćwiczy z nimi pisanie liter 3D, tj. liter z zastosowaniem perspektywy.

## **Wskazówka**

To zadanie łączy matematykę i sztukę, może być wykorzystane na innych lekcjach niż matematyka. Pozwala dzieciom, które nie mają wysokich wyników z matematyki, poczuć, że są z niej dobre – zachęca do poznawania matematyki.

Podczas oglądania rysunków uczniowie mogą je komentować. Mogą mówić miłe rzeczy, jeśli coś im się w którejś pracy podoba. Dobrze, żeby padały same miłe uwagi, i nie było wytykane niedokładne lub niestaranne rysowanie.

Wystawa może stać się stałym elementem wystroju sali.

# Materiały dodatkowe

## Parkietaż Penrose'a i figury niemożliwe

**Roger Penrose** (ur. 1931) – brytyjski naukowiec, matematyk, fizyk, popularyzator nauki. Laureat Nagrody Nobla z fizyki.

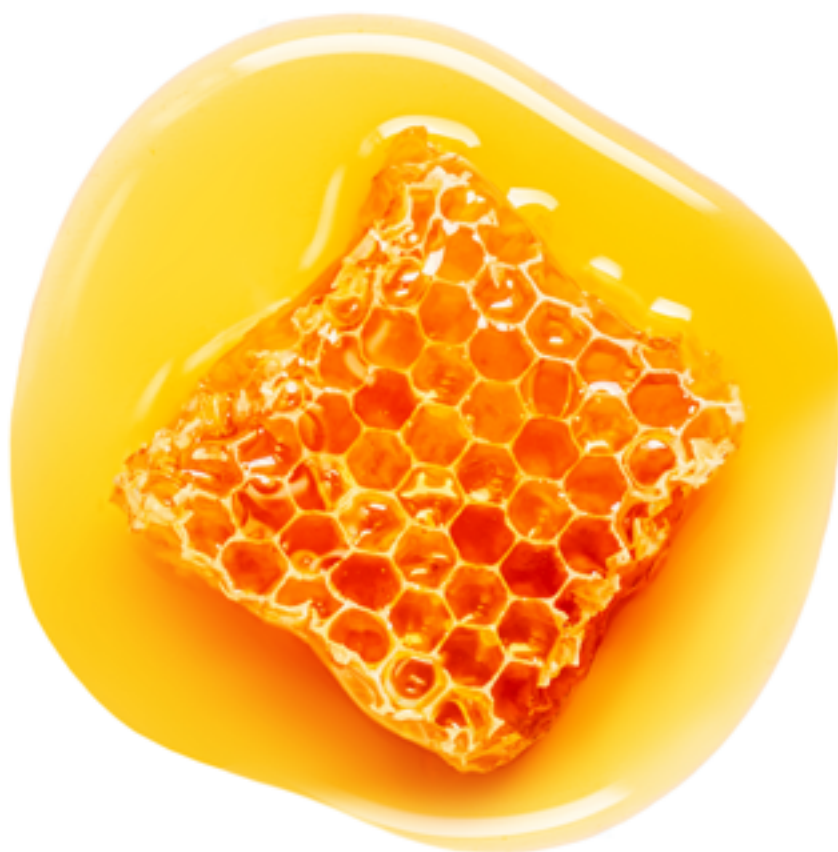
Naukowiec wymyślił, w jaki sposób pokryć płaszczyznę kafelkami, tak by wzór nigdy się nie powtarzał. Jego pomysł wyróżnia to, że zakłada użycie jedynie dwóch rodzajów kafelków. Wynalazek ten nazywany jest **parkietażem Penrose'a**.

Penrose spopularyzował temat **figur niemożliwych**, wymyślonych wcześniej przez szwedzkiego artystę Oscara Reutersvårda. Są to figury, które na pierwszy rzut oka wyglądają prawdopodobnie, lecz kiedy przyjrzeć się bliżej ich konstrukcji, widać, że nie mogą istnieć w naszym trójwymiarowym świecie. Pewna anegdota mówi, że dzięki artykutowi w piśmie psychologicznym dowiedział się o nich Maurits Cornelis Escher. Po przeczytaniu tekstu zaczął inspirować się pracami Penrose'a w tworzeniu własnych grafik. Przykład ten doskonale pokazuje, jak matematyka i sztuka mogą się ze sobą pięknie łączyć.

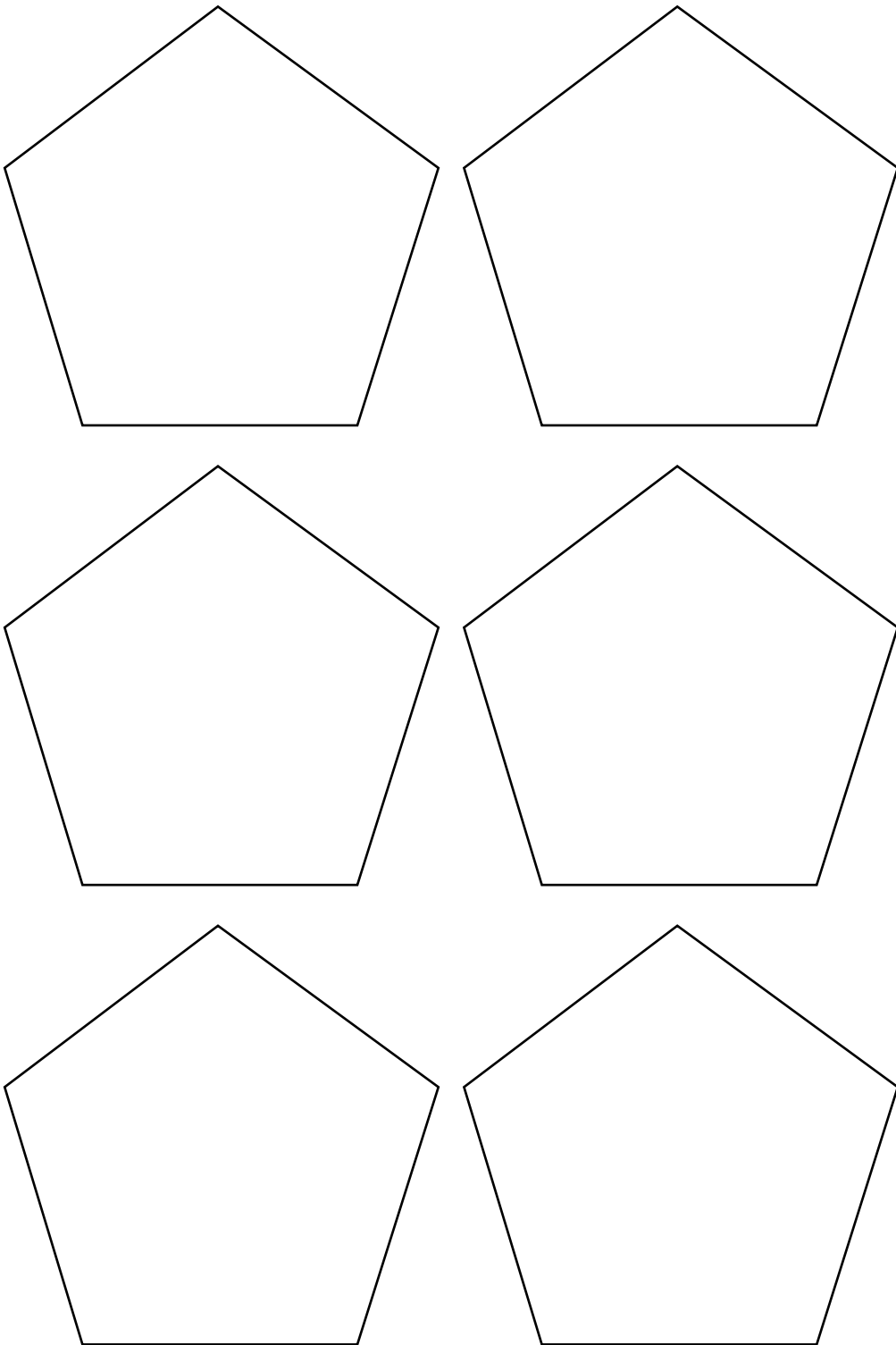
## Artykuły online

[„PARKIETAŻE”](#), artykuł dostępny online na stronie [fmw.math.uni.wroc.pl](http://fmw.math.uni.wroc.pl)

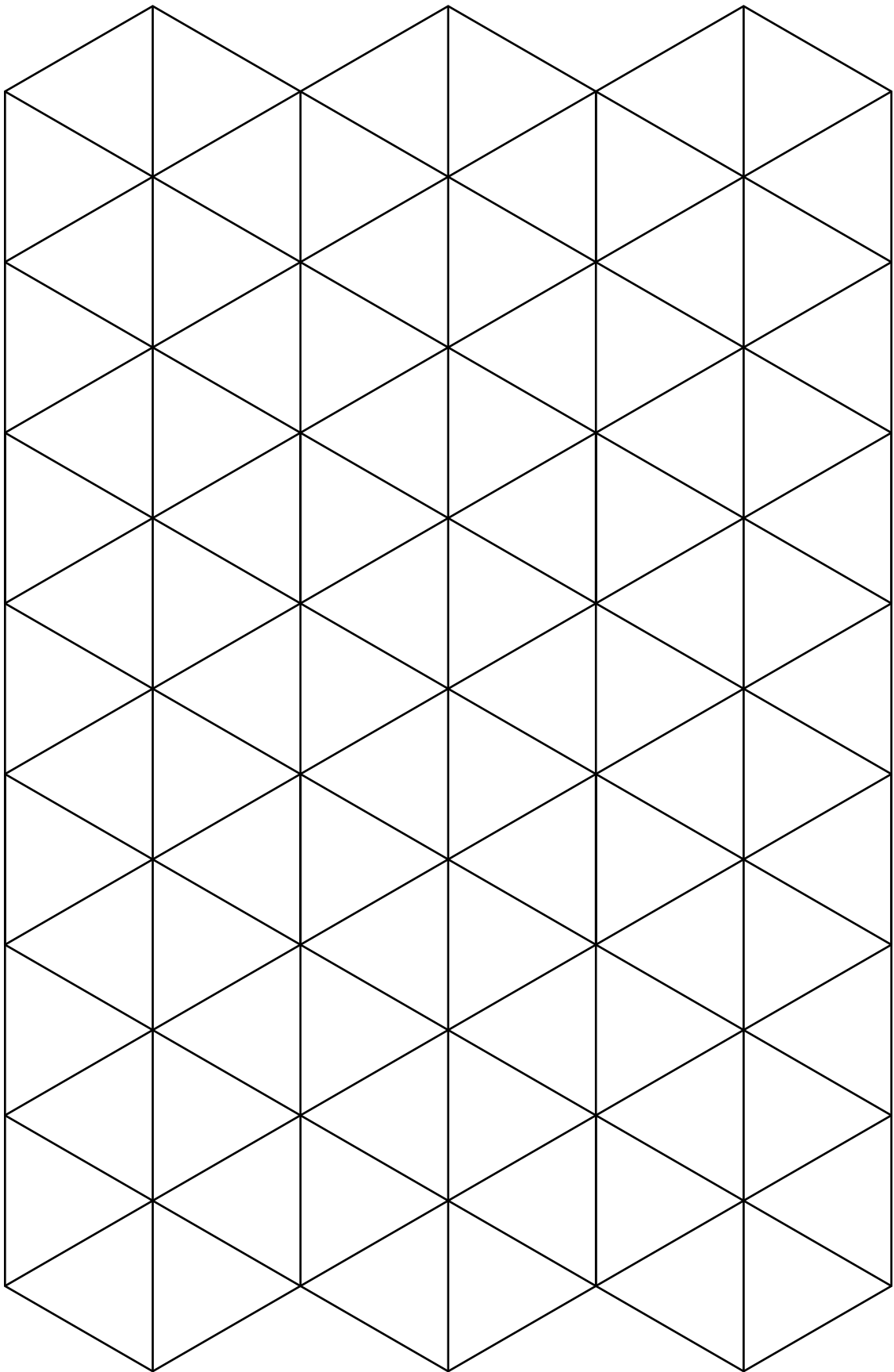
## Załącznik 1. Przykłady parkietazy

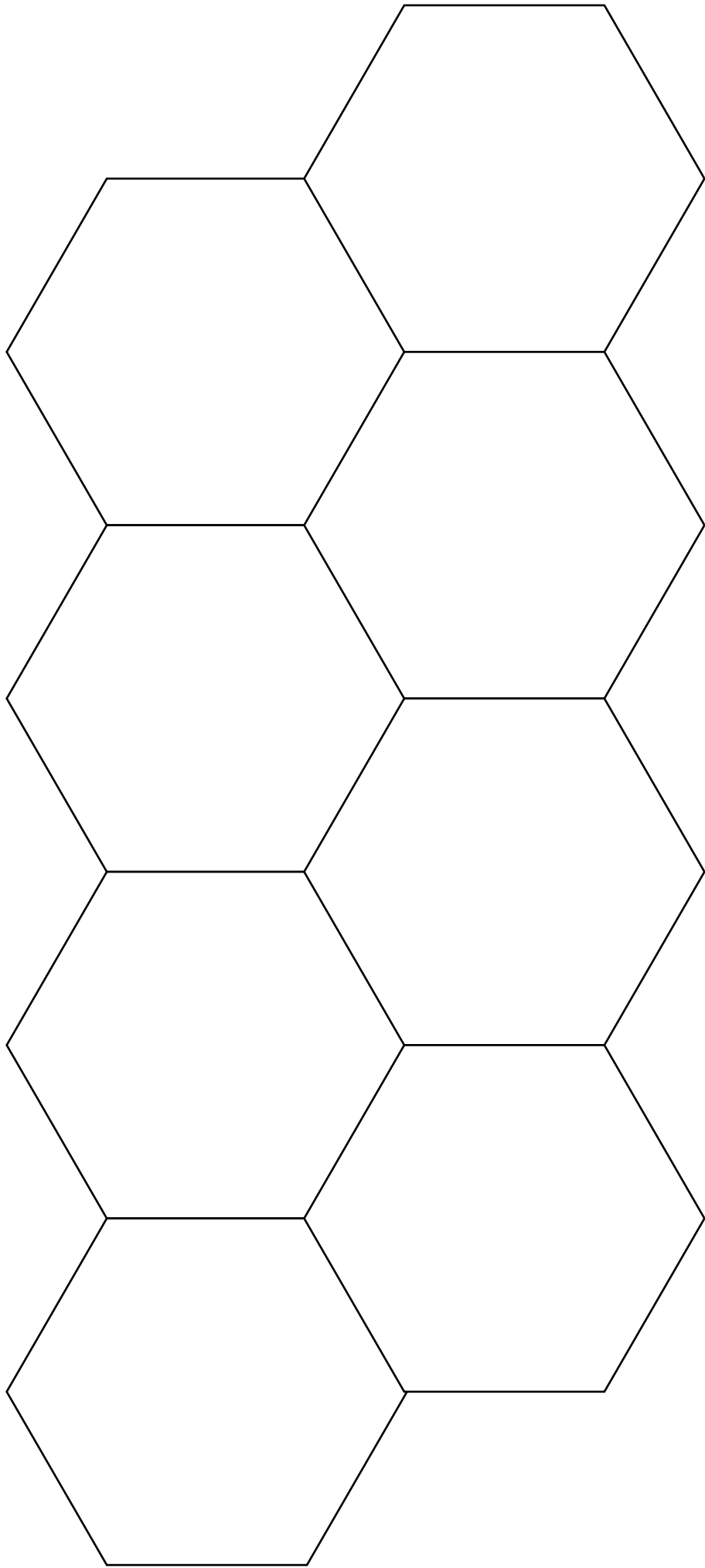


## Załącznik 2. Figury foremne

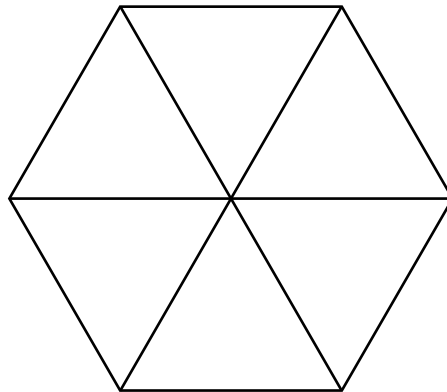




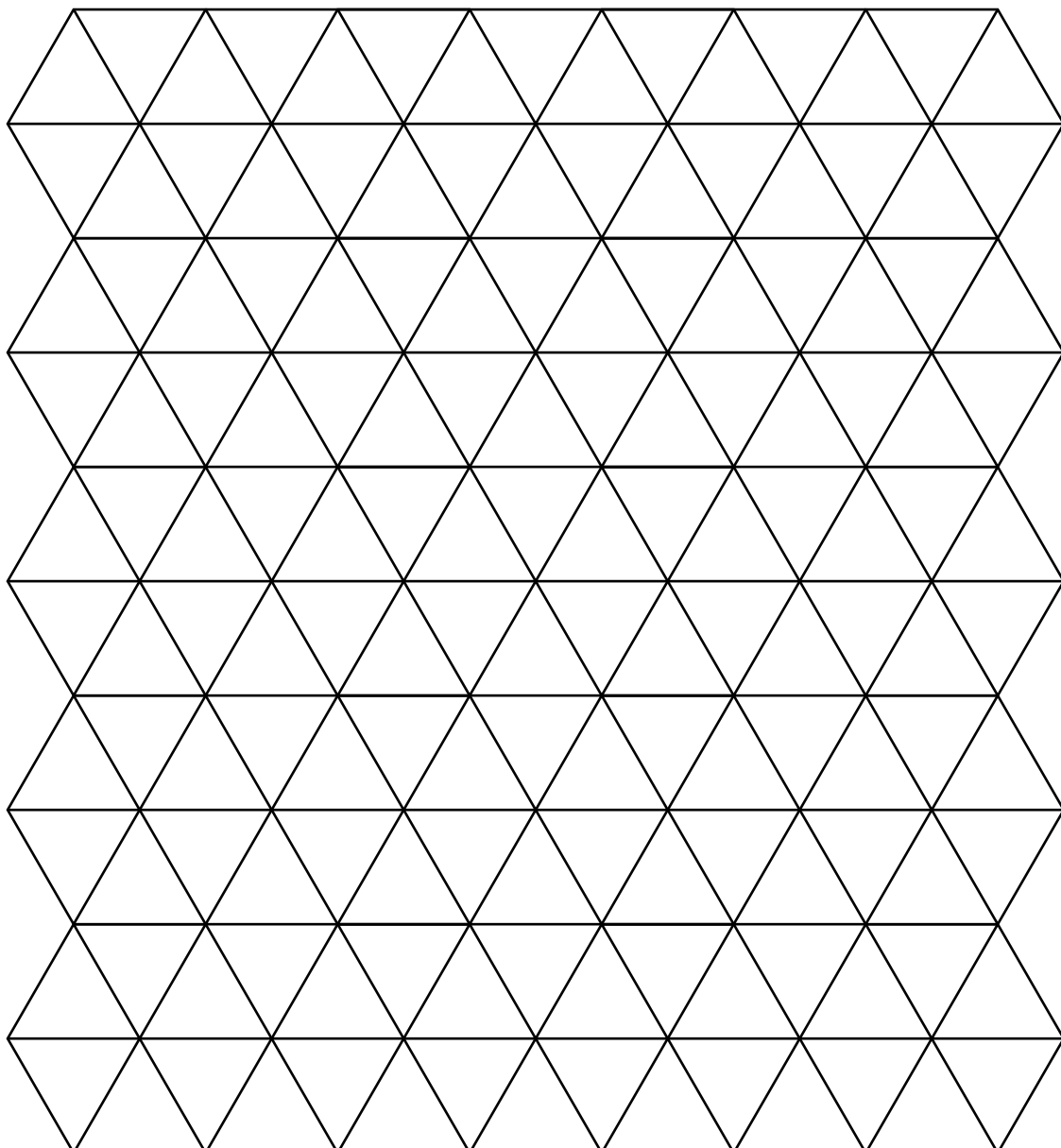


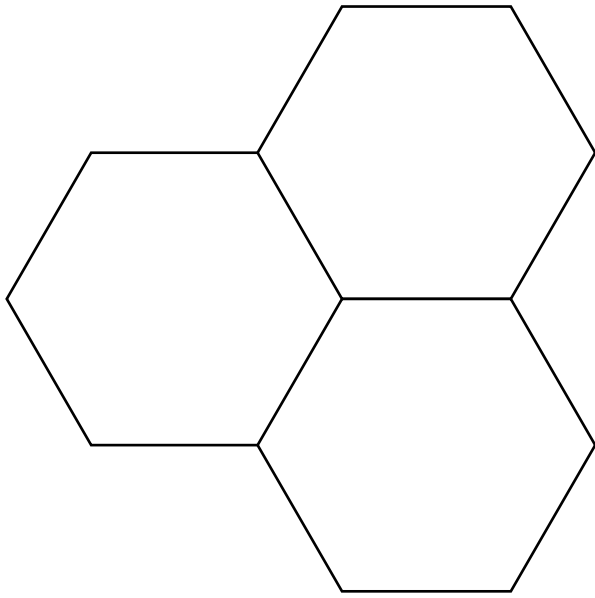


**Załącznik 3. Przykładowe parkietaże foremne z opisami w notacji potęgowej Cundyego i Rolletta**

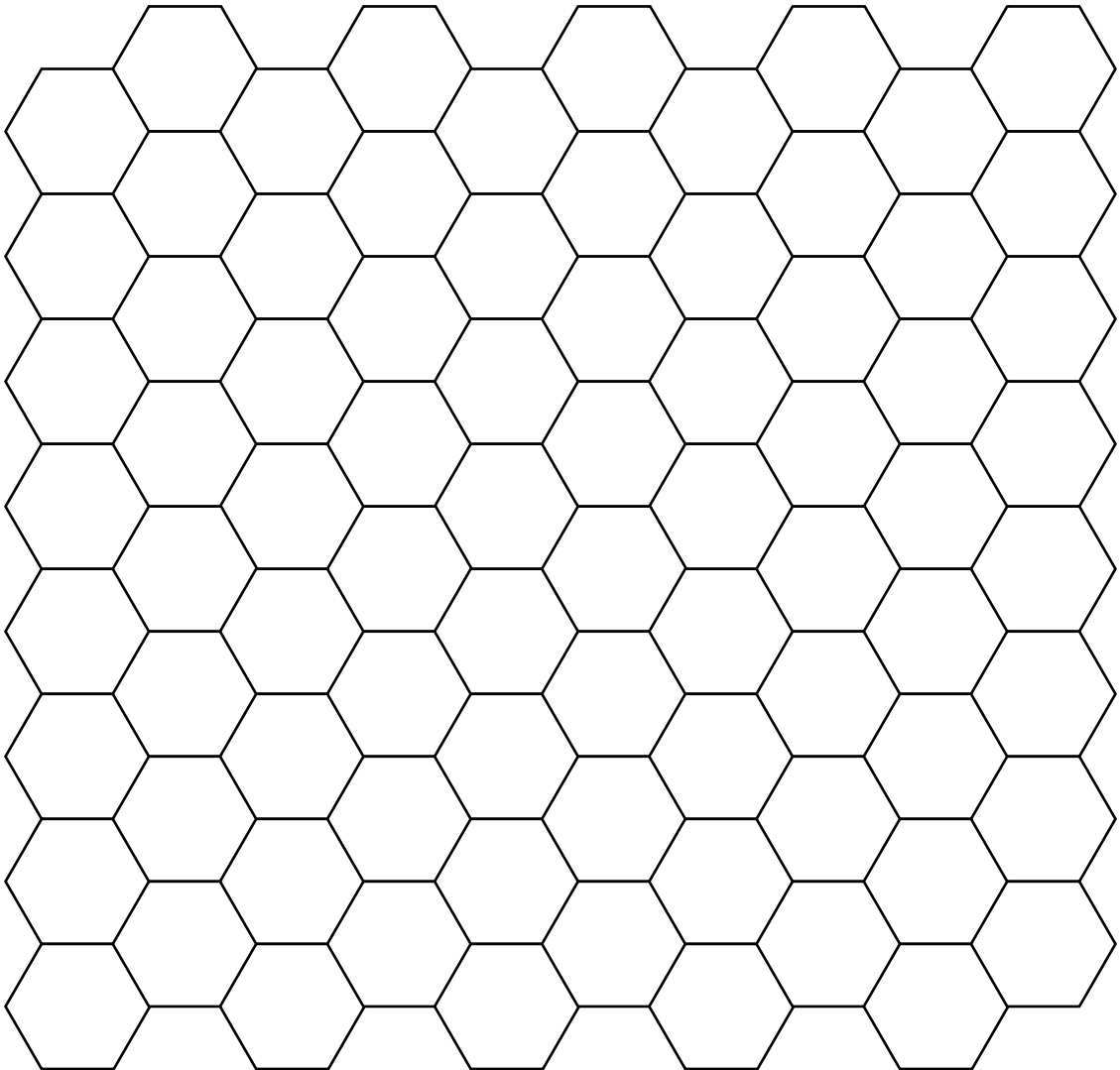


C&R 3<sup>6</sup>

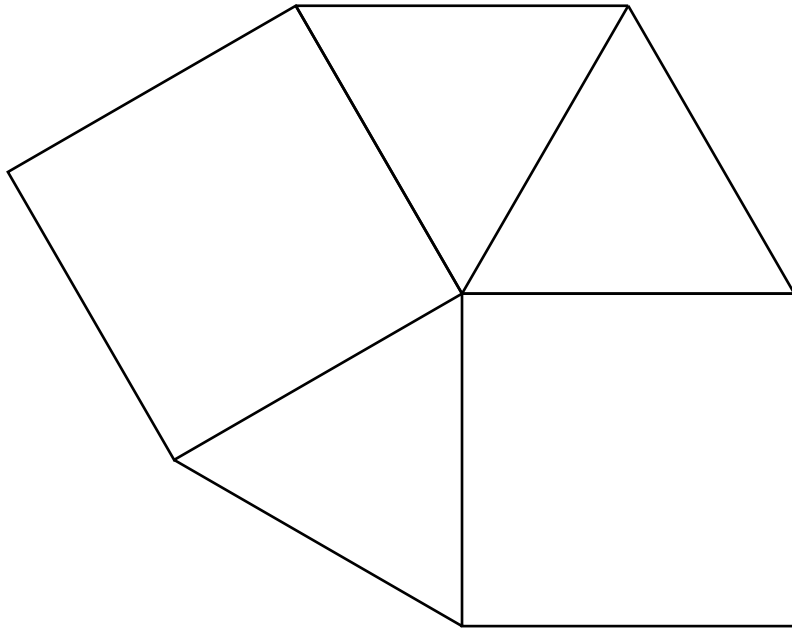




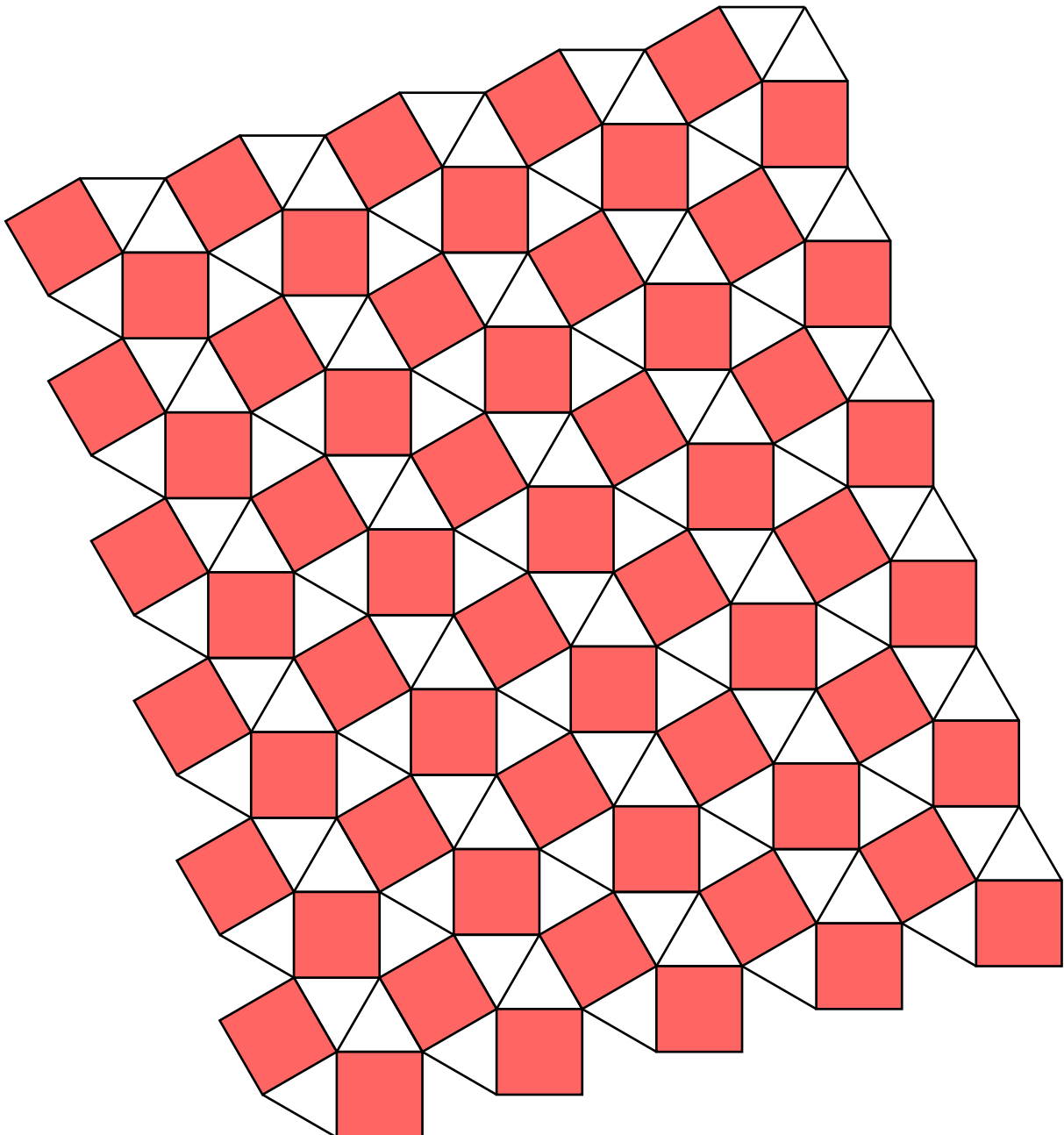
C&R 6<sup>3</sup>

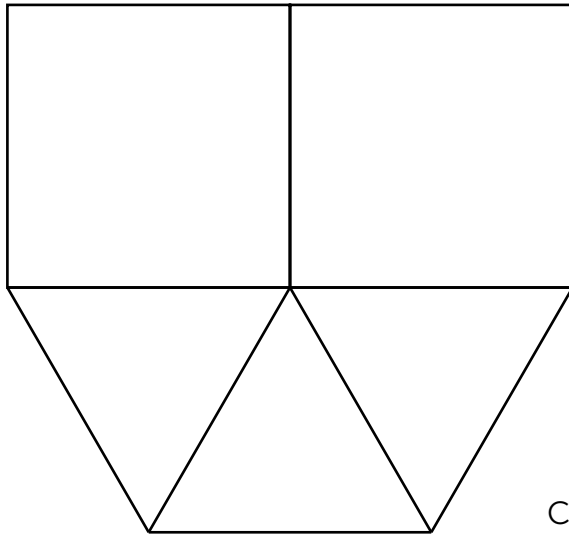




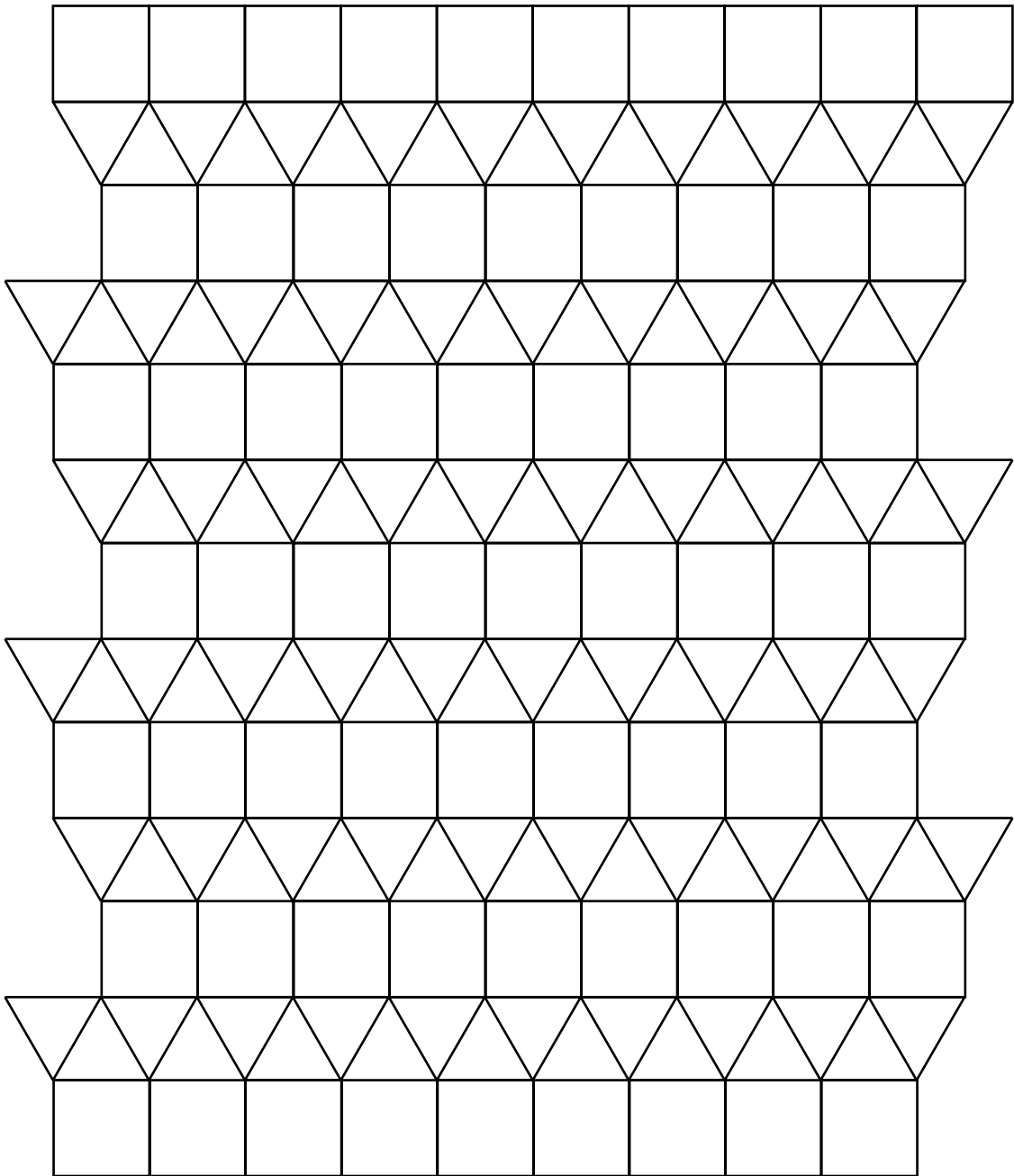


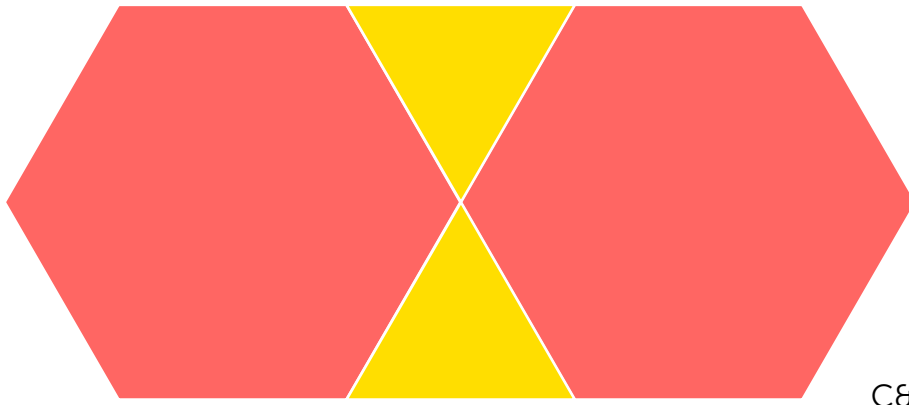
C&R 3<sup>2</sup>.4.3.4



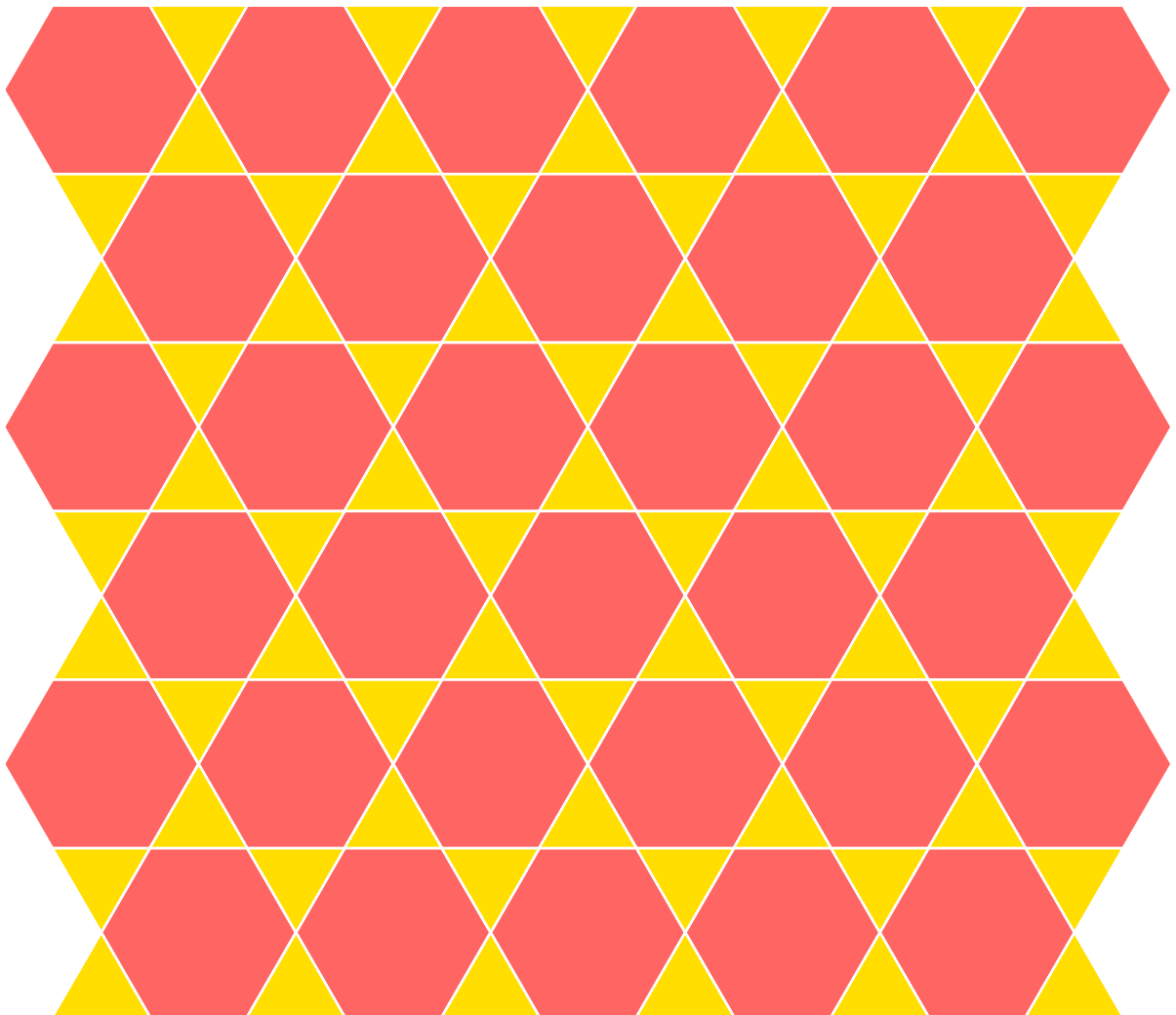


C&R 3<sup>4</sup>.4<sup>2</sup>



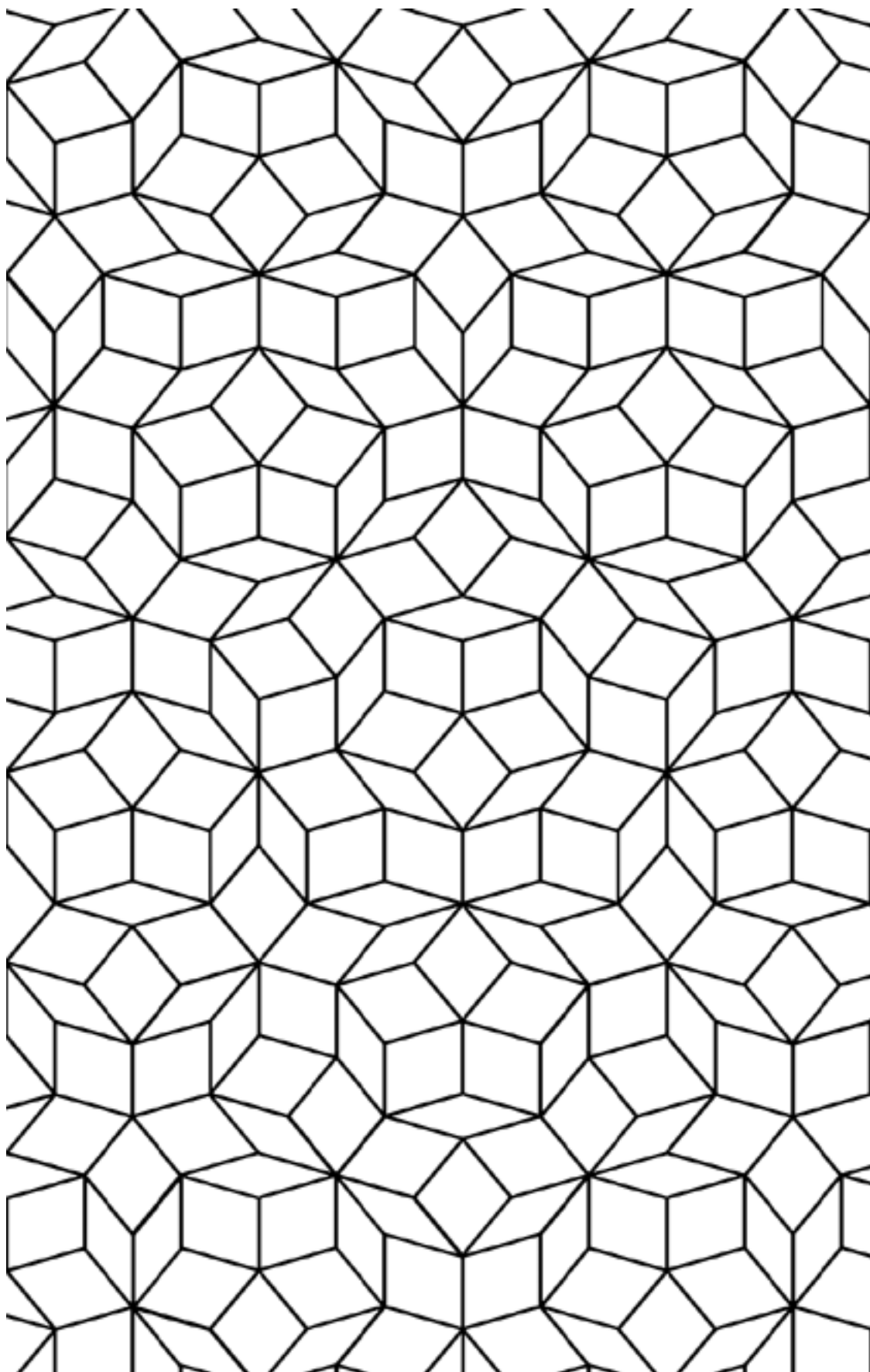


C&R (3.6)<sup>2</sup>

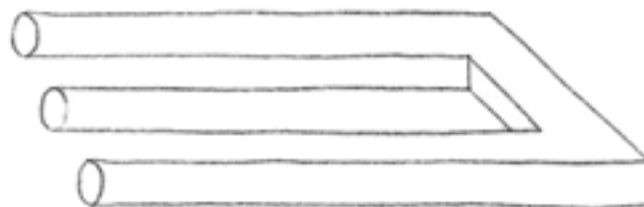
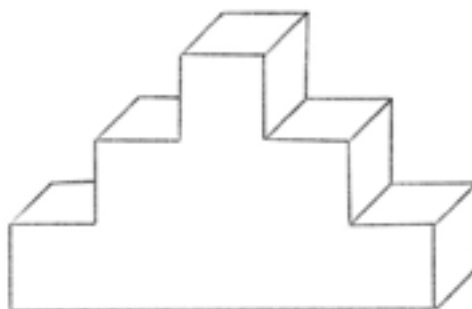
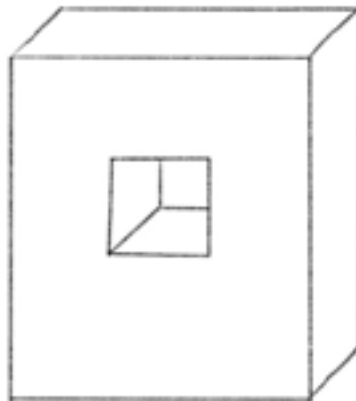




#### Załącznik 4. Parkietaż Penrose'a



## Załącznik 5. Różne figury



## Spis treści

<a href="#">Wstęp</a> .....	3
<a href="#">Przewodnik po scenariuszu</a> .....	4
<a href="#">Przebieg zajęć</a> .....	6
<a href="#">Proponowane aktywności</a> .....	7
1. <a href="#">Przygotowywanie figur foremnych</a> .....	7
2. <a href="#">Układanie parkietaży foremnych</a> .....	8
3. <a href="#">Układanie parkietaży nieforemnych</a> .....	9
4. <a href="#">Rysowanie parkietaży</a> .....	11
5. <a href="#">Gra w zgadywanie parkietaży</a> .....	12
6. <a href="#">Potęgowe opisywanie parkietaży foremnych</a> .....	14
7. <a href="#">Odkrywanie parkietaży aperiodycznych</a> .....	16
8. <a href="#">Zadanie domowe – parkietaże w życiu codziennym</a> .....	18
9. <a href="#">Figury niemożliwe</a> .....	19
<a href="#">Materiały dodatkowe</a> .....	22
<a href="#">Załącznik 1. Przykłady parkietaży</a> .....	23
<a href="#">Załącznik 2. Figury foremne</a> .....	24
<a href="#">Załącznik 3. Przykładowe parkietaże foremne z opisami w notacji potęgowej Cundyego i Rolletta</a> .....	27
<a href="#">Załącznik 4. Parkietaż Penrose’a</a> .....	33
<a href="#">Załącznik 5. Różne figury</a> .....	34

Wspólny Program Ministra Edukacji i Nauki oraz Centrum Nauki Kopernik pod nazwą Nauka dla Ciebie finansowany jest w ramach dotacji Ministra Edukacji i Nauki na podstawie umowy z dnia 6 marca 2020 r. Nr 1/CNK-NAUKOBUS/2020. W roku 2023 w ramach Programu Nauka dla Ciebie realizowane są działania „Naukobus”, „Planetobus”, „O matmo!” oraz 26. Piknik Naukowy Polskiego Radia i Centrum Nauki Kopernik.